Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет

информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

по теме

«Построение и исследование аналитической модели дискретно – стохастической СМО»

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнили:  студент гр. 950501  Лабецкий А. А.  Кумище В. Г. | Проверила:  Герман Ю. О. |

Минск 2022

**1. Цель работы**

Изучить методы анализа поведения дискретно-стохастической СМО.

**2. Задание**

1. Найти установившиеся вероятности состояний системы: P0, P1, P2, P3.

2. Рассчитать вероятности состояний системы на третьем шаге (k=3)

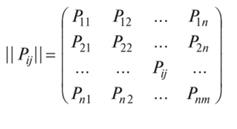
3. Рассчитать число шагов до попадания в поглощающее состояние для матрицы вероятностей переходов

**3. Теоретические сведения**

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и дискретным временем называют дискретной марковской цепью.

Такие процессы удобно иллюстрировать с помощью графа состояний системы, где вершины представляют возможные состояния, *S*2, ..., *Sn* системы, а дуги — возможные переходы из состояния *Sj* в состояние *Sk*, (на графе отмечаются только непосредственные переходы, а не переходы через другие состояния). Над каждой стрелкой, как правило, проставляются соответствующие вероятности перехода из состояния *Sj* в состояние *Sk*

Однородная марковская цепь может быть полностью описана матрицей переходных вероятностей:

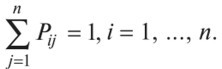


и начальным распределением *рт(*0), где *т =* 1,2,...

*Замечание.* Распределение *Х0* называется начальным распределением марковской цепи:

https://studref.com/htm/img/15/6619/239.png

Элементы матрицы переходных вероятностей обладают следующими свойствами: *Pij* > 0



**4. Выполнение работы**

**4.1 Найти установившиеся вероятности состояний системы**

Составим систему уравнений для установившегося режима:

Р0 = 0.1\*Р0 + 0.3\*P1 + 0.2\*P2 + 0.3\*P3

Р1 = 0.2\*Р0 + 0.1\*P1 + 0.2\*P2 + 0.3\*P3

Р2 = 0.4\*Р0 + 0.4\*P1 + 0.2\*P2 + 0.3\*P3

Р3 = 0.3\*Р0 + 0.2\*P1 + 0.4\*P2 + 0.1\*P3

Решив её, получим следующие значения:

P0 = 0.224

P1 = 0.205

P2 = 0.312

P3 = 0.259

**4.2 Рассчитать вероятности состояний системы на третьем шаге**

Пусть вероятности состояний системы в начальный момент времени P0(0) = 1, P1(0) = 0, P2(0) = 0, P3(0) = 0

Тогда вероятности состояний можно вычислить по следующей формуле:

Вычислив вероятности на всех шагах получим для шага 3:

P0(3) = 0.223, P1(3) = 0.205, P2(3) = 0.316, P3(3) = 0.256

**4.3 Рассчитать число шагов до попадания в поглощающее состояние для матрицы вероятностей переходов**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S2 | S3 |
| S0 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.3 |
| S1 | 0.3 | 0.1 | 0.4 | 0.2 |
| S2 | 0 | 0 | 1.0 | 0 |
| S3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.1 |

Сначала необходимо удалить столбцы и строки с поглощающими состояниями. Здесь поглощающее состояние одно – S2.

Получим следующую матрицу и обозначим её как Q:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S3 |
| S0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 |
| S1 | 0.3 | 0.1 | 0.2 |
| S3 | 0.3 | 0.3 | 0.1 |

Запишем уравнение **T = Q\*T+I**

в таком виде:

N0= t00\*P00 +t01\*P01+t03\*P03+1

N1= t10\*P10 +t11\*P11+t13\*P13+1

N3= t30\*P30 +t31\*P31+t33\*P33+1

Ni – среднее число шагов, которое система сделает из состояния i и попадёт в поглощающее состояние

Для нахождения значений tij выразим матрицу T следующим образом:

Т = (I – Q)-1.

Матрица I-Q имеет такой вид в нашем случае:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S3 |
| S0 | 0.9 | -0.2 | -0.3 |
| S1 | -0.3 | 0.9 | -0.2 |
| S3 | -0.3 | -0.3 | 0.9 |

Тогда обратная матрица имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S3 |
| S0 | 1.497006 | 0.538922 | 0.618762 |
| S1 | 0.658683 | 1.437126 | 0.538922 |
| S3 | 0.718563 | 0.658683 | 1.497006 |

Таким образом, если система стартует из состояния S0, она попадёт в поглощающее состояние в среднем за 1.497 + 0.539 + 0.619 = 2.655 шагов.

При старте из состояния S1: 2.635 шагов.

При старте из состояния S3: 2.875 шагов.

**Выводы**

В ходе лабораторной работы были изучены методы анализа поведения дискретно-стохастической СМО, рассчитаны вероятности состояний системы на определённом шаге, число шагов до попадания в поглощающее состояние.